



Tema 2. Análisis modal de guías de ondas. Líneas de Transmisión.

Transmisión por Soporte Físico
Curso 2011-2012

Francisco Javier García Ruiz
Noel Rodríguez Santiago



1. Leyes de Maxwell
2. Análisis modal en ondas guiadas
3. Guías rectangulares
4. Líneas stripline y microstrip

PARTE I

5. Ecuaciones del Telegrafista
6. Líneas de transmisión sin pérdidas
7. Carta de Smith
8. Desadaptación en el generador
9. Líneas de transmisión con pérdidas

PARTE II

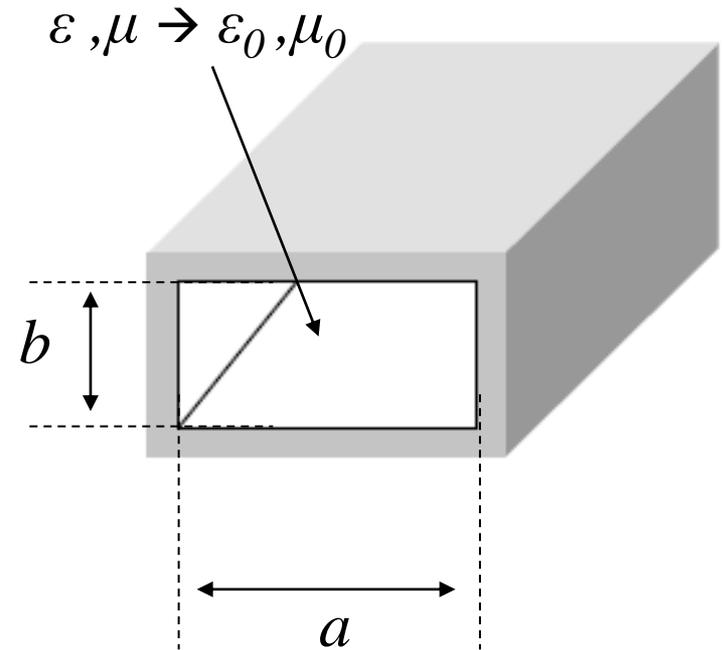


La guía de ondas rectangular no puede soportar modos TEM, pues la solución electrostática de la ecuación de Laplace:

$$\nabla_t^2 \Phi(x, y) = 0$$

es idénticamente nula en el interior de una superficie equipotencial.

En consecuencia, sólo los modos TE y TM pueden existir en una guía rectangular (el resultado es generalizable a cualquier sistema cilíndrico con un único conductor).



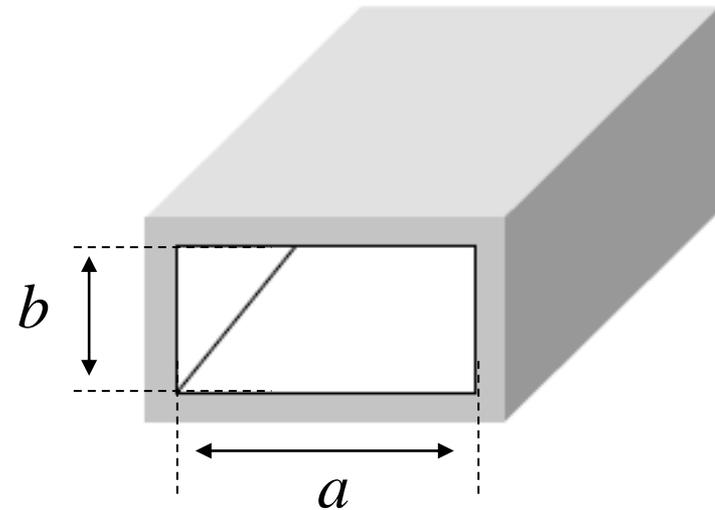


Modos TE

$$\rightarrow E_z = 0, H_z \neq 0$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) h_z = 0$$

$$k_c^2 = k^2 - \beta^2$$



Para resolver la ecuación diferencial se usa el método de separación de variables:

$$h_z(x, y) = X(x)Y(y) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + k_c^2 = 0$$



Modos TE

Se deben definir las constantes de separación k_x y k_y tales que

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

Con lo que se obtienen dos ecuaciones diferenciales idénticas a la que definía la guía de placas paralelas

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + Xk_x^2 = 0 \\ \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + Yk_y^2 = 0 \end{aligned} \longleftrightarrow \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right) h_z = 0$$

Por lo tanto la solución debe ser idéntica para X e Y que lo era para h_z en el caso del problema de placas paralelas:

$$h_z(x, y) = [A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x)] [C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)]$$



Modos TE

$$h_z(x, y) = [A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x)] [C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)]$$

Como condiciones de frontera, hacemos uso de que en un PEC el campo eléctrico es normal a la superficie \rightarrow campo tangencial nulo:

$$e_x(x, y) = 0 \quad \text{en } y = 0, b$$

$$e_y(x, y) = 0 \quad \text{en } x = 0, a$$

Para aplicar la condición de frontera, se debe calcular $e_t(x, y)$ a partir de

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} & e_x &= \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} k_y [A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x)] [C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)] \\ E_y &= -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} & e_y &= \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} k_x [A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x)] [C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)] \end{aligned}$$



Modos TE

Aplicando las condiciones de frontera, se comprueba que $D=B=0$ y que $k_y=n\pi/b$, $k_x=m\pi/a$:

$$H_z(x, y, z) = A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$$

El resto de las componentes de campo eléctrico y magnético se pueden obtener resolviendo las ecuaciones correspondientes.

$$H_x = \frac{j\beta m\pi}{k_c^2 a} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$$

$$E_y = \frac{-j\omega\mu m\pi}{k_c^2 a} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$$

$$H_y = \frac{j\beta n\pi}{k_c^2 b} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$$

$$E_x = \frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2 b} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$$



Modos TE

La constante de propagación para un determinado *modo* (m,n) será:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

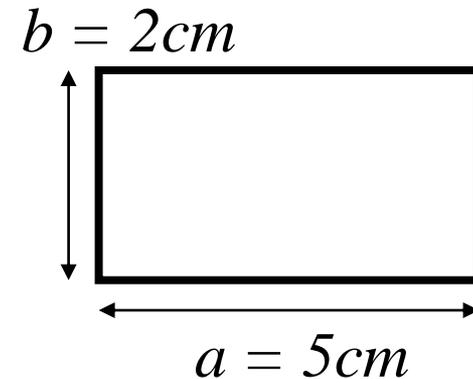
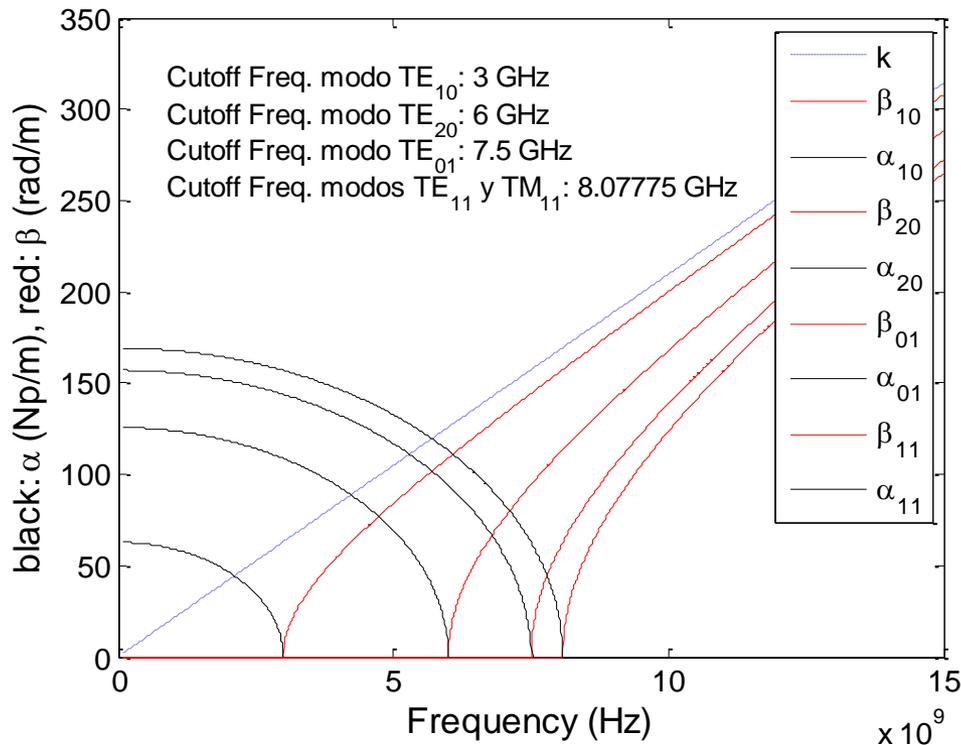
que es real para $k > k_c$, por lo que se puede calcular la frecuencia de corte del modo (m,n):

$$f_{c(m,n)} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$



Modos TE

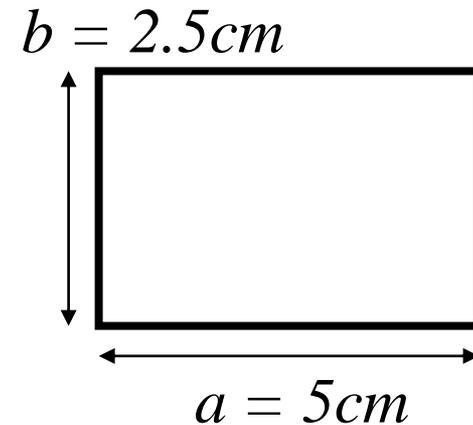
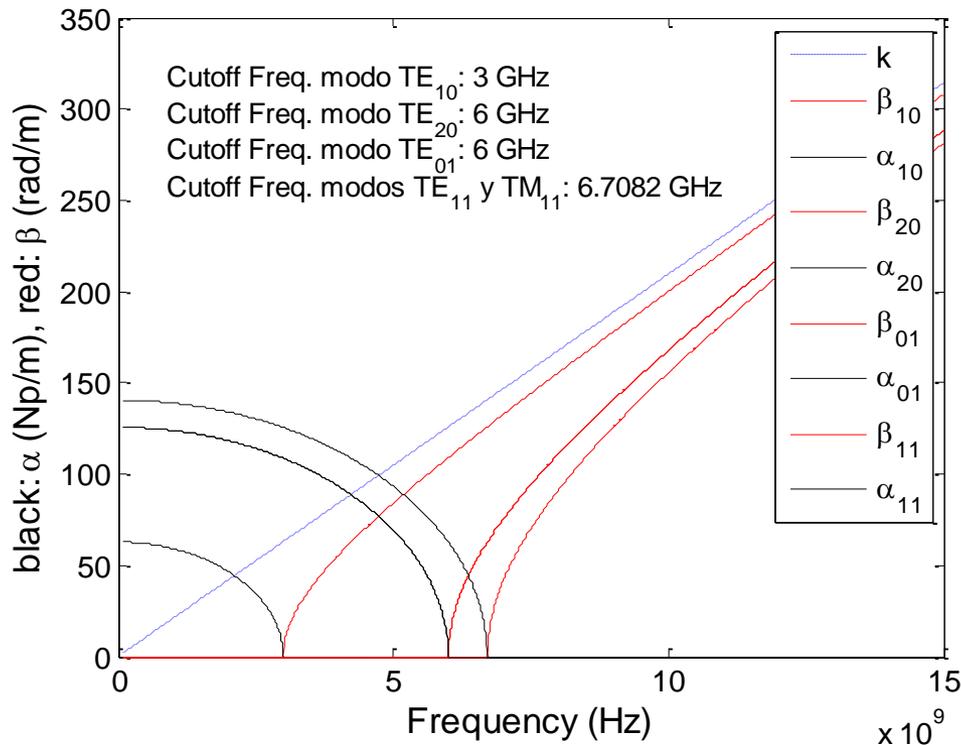
Diagrama de dispersión de los primeros modos superiores TE: el ancho de banda monomodo depende de la geometría específica del problema





Modos TE

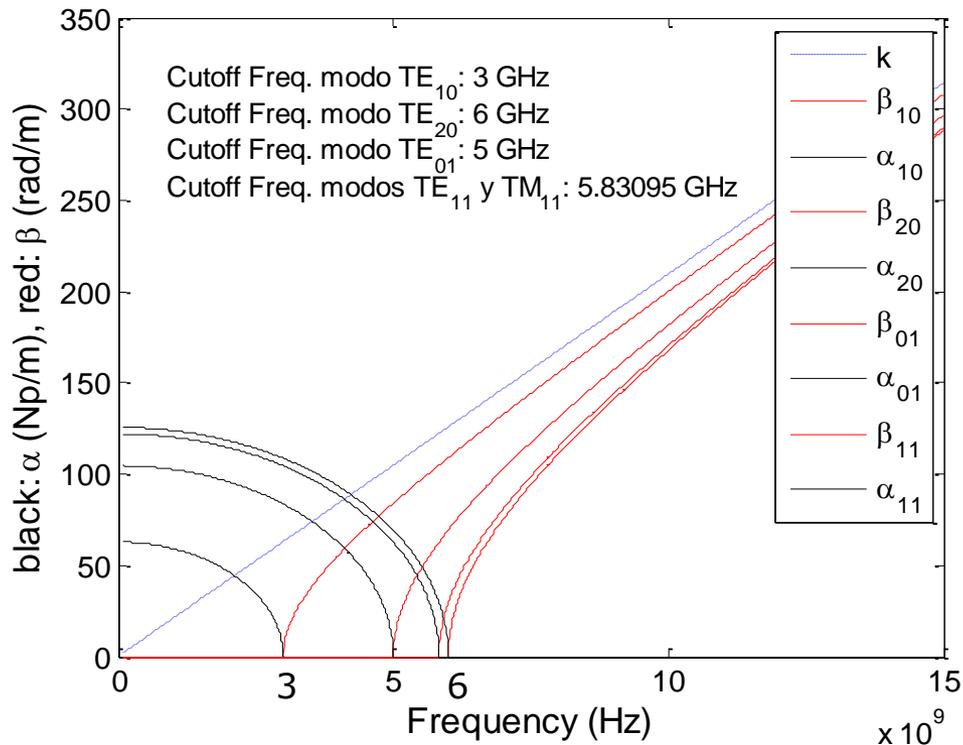
Diagrama de dispersión de los primeros modos superiores TE: el ancho de banda monomodo depende de la geometría específica del problema





Modos TE

Diagrama de dispersión de los primeros modos superiores TE: el ancho de banda monomodo depende de la geometría específica del problema



$$b = 3\text{cm}$$



$$a = 5\text{cm}$$



Modos TM

$$\rightarrow H_z=0, E_z \neq 0$$

La ecuación diferencial se resuelve igual que para los modos TE. El resultado es:

$$e_z(x, y) = [A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x)] [C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)]$$

La condición de frontera se aplica directamente a e_z , obteniéndose $A=C=0$ y $k_y=n\pi/b$, $k_x=m\pi/a$:

$$E_z(x, y, z) = B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$



Modos TM

El resto de las componentes de campo eléctrico y magnético se pueden obtener resolviendo las ecuaciones correspondientes.

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{j\omega\epsilon n\pi}{k_c^2 b} B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} & E_x &= \frac{-j\beta m\pi}{ak_c^2} B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \\ H_y &= \frac{-j\omega\epsilon m\pi}{ak_c^2} B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} & E_y &= \frac{-j\beta n\pi}{k_c^2 b} B_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z} \end{aligned}$$

Que son todos nulos si $m=0$ o $n=0$. Por tanto, el modo TM de menor frecuencia de corte es el modo TM_{11} . La constante de propagación para un determinado *modo* (m,n) será:

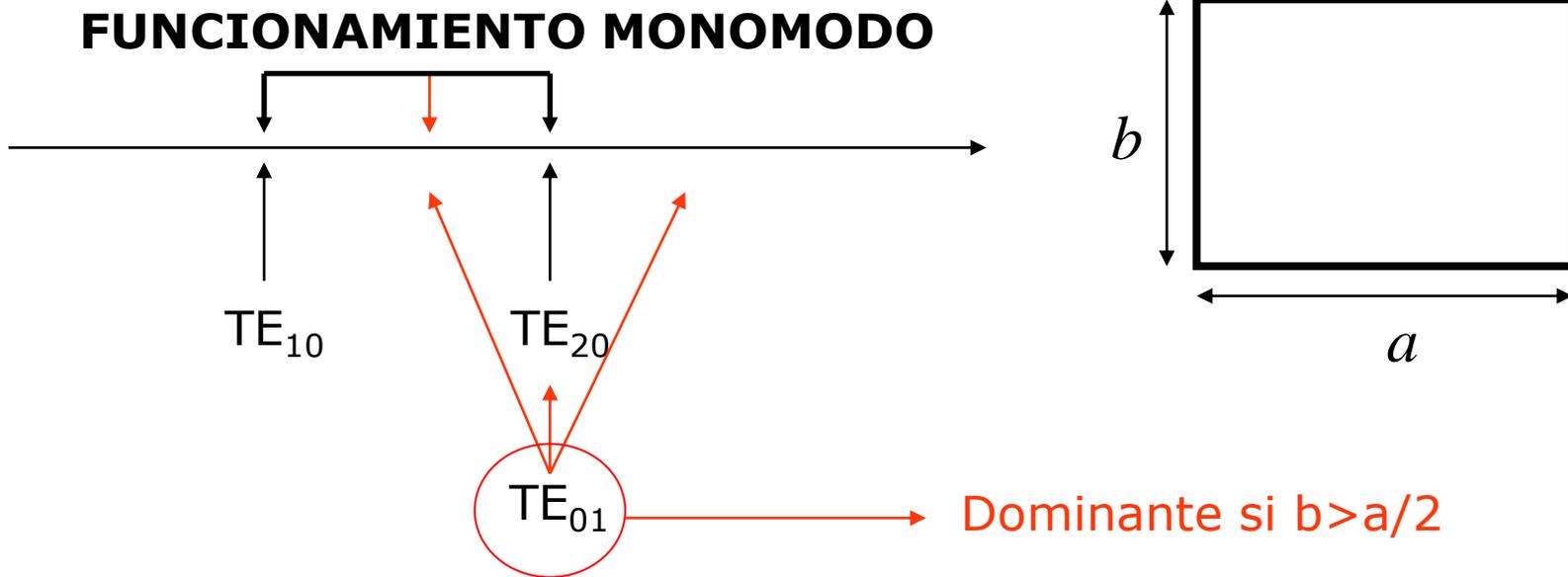
$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

Por tanto la frecuencia de corte de cada modo será igual a la frecuencia de corte del correspondiente modo TE, y el modo TE_{10} es el modo dominante global.



Modos TE y TM

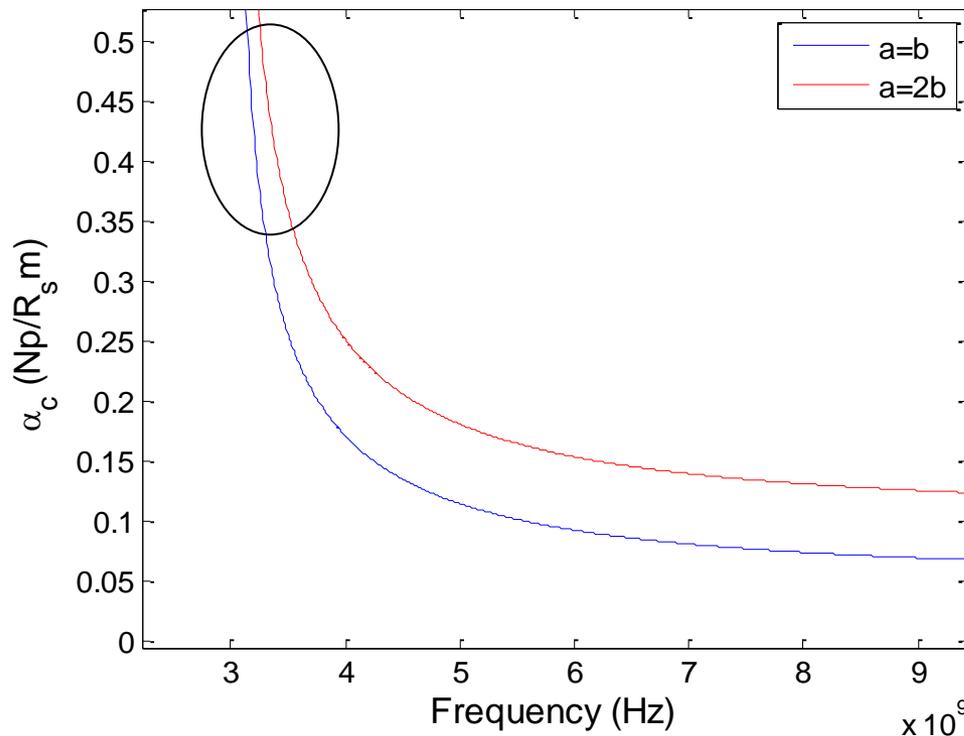
Diagrama de dispersión de los primeros modos superiores TE: el ancho de banda monomodo depende de la geometría específica del problema





Pérdidas

$$\alpha_c = \frac{R_s}{a^3 b \beta k \eta} (2b\pi^2 + a^3 k^2) Np / m$$



→ Interesa alejarse de la frecuencia de corte para evitar las pérdidas: banda de guarda inferior

→ Interesa $b/a = 1$ → maximizar b . Pero para funcionamiento monomodo máximo: $b = a/2$

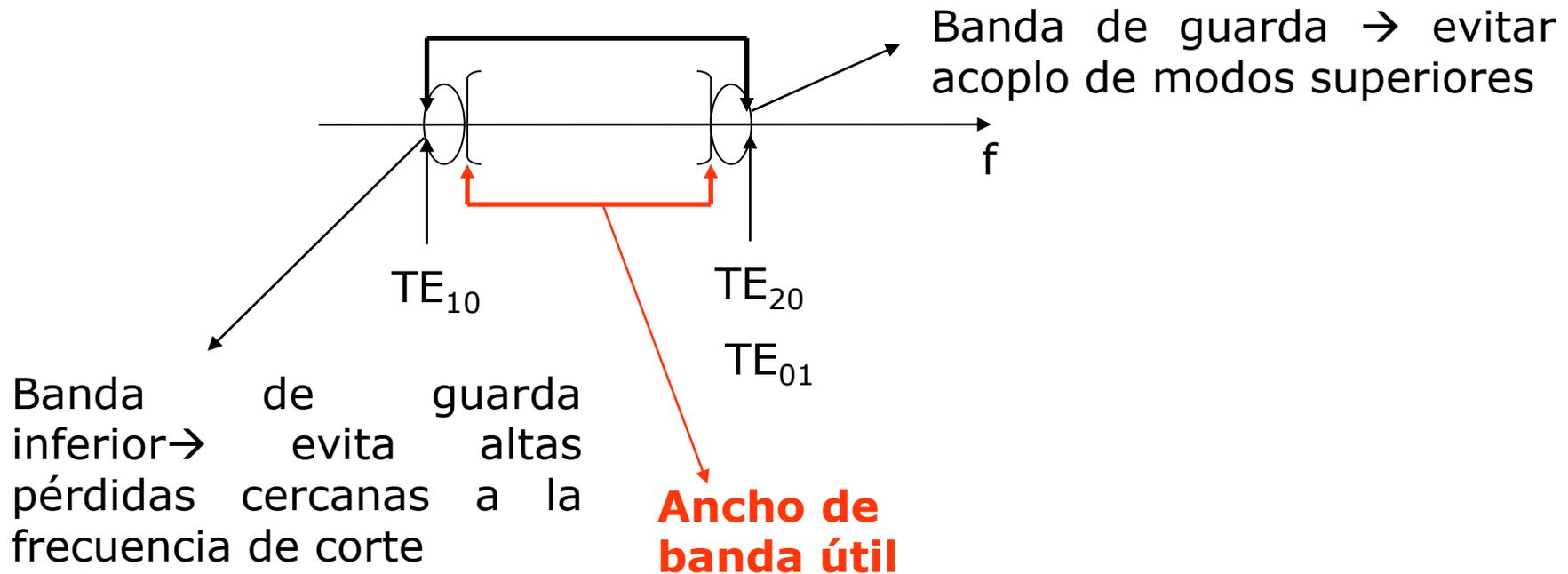


COMPROMISO DE DISEÑO



- Ancho de banda útil de la guía

FUNCIONAMIENTO MONOMODO





1. Leyes de Maxwell
2. Análisis modal en ondas guiadas
3. Guías rectangulares
4. Líneas stripline y microstrip

PARTE I

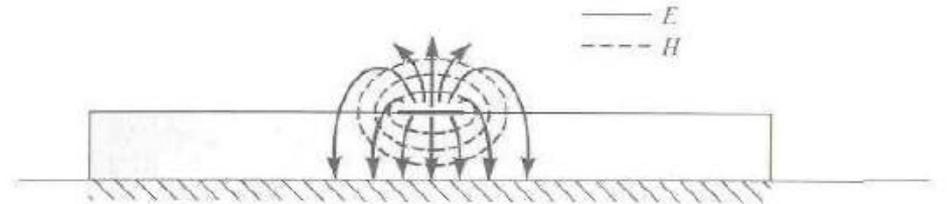
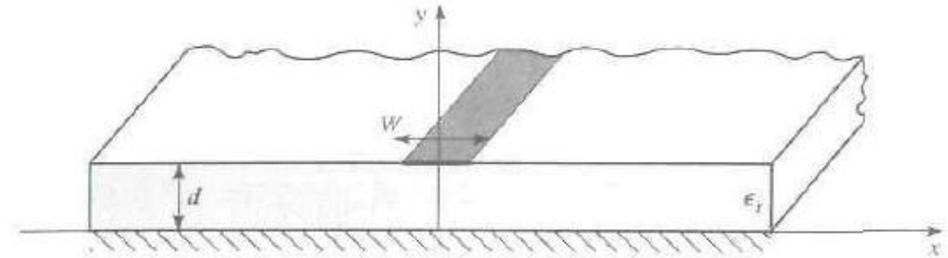
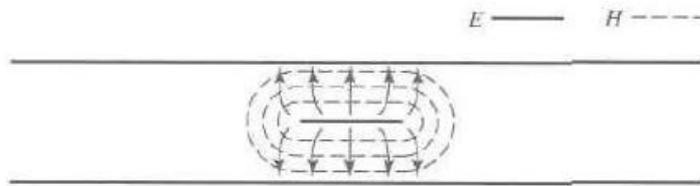
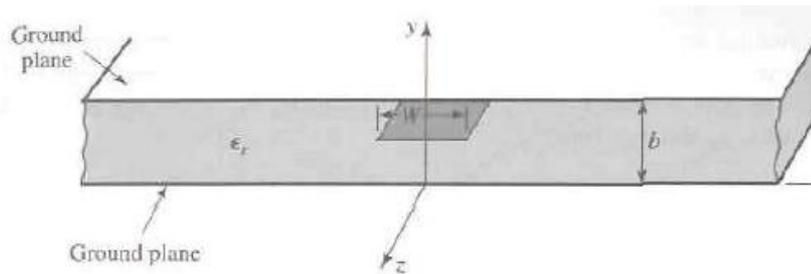
5. Ecuaciones del Telegrafista
6. Líneas de transmisión sin pérdidas
7. Carta de Smith
8. Desadaptación en el generador
9. Líneas de transmisión con pérdidas

PARTE II



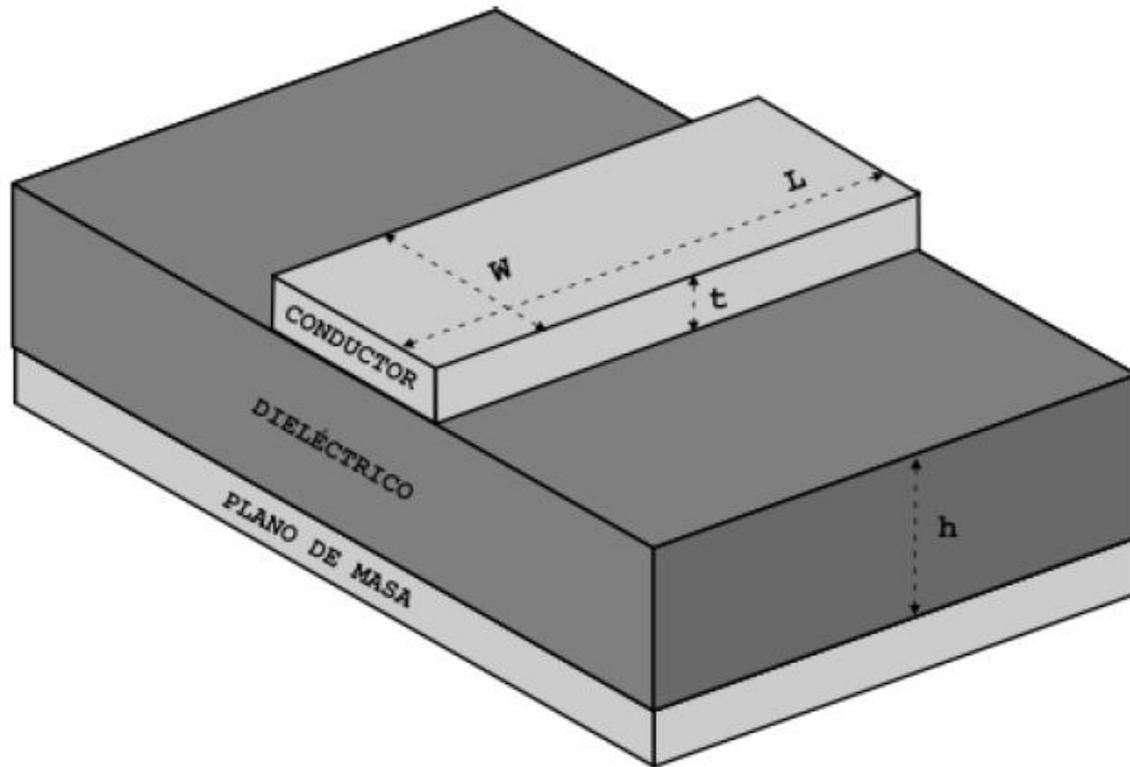
Análisis modal en guías de ondas: Stripline y Microstrip

- Frecuencia de corte
 - Integración IC
 - Análisis complejo





Análisis modal en guías de ondas: Stripline y Microstrip





- Híbrido entre ondas TM y TE
- Si $d \ll \lambda$ campos cuasi-TEM
- Constante dieléctrica efectiva: ϵ_{reff}

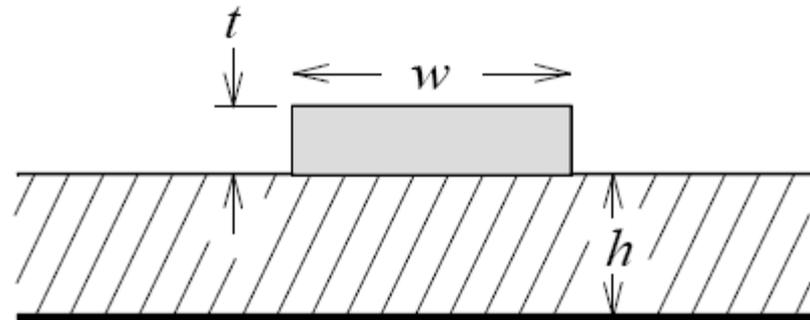
$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\sqrt{\epsilon_{\text{reff}}}$$

$$\beta = k_0\sqrt{\epsilon_{\text{reff}}} \quad v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\text{reff}}}}$$



- Aproximaciones para *microstrip* (dadas las dimensiones)

$$\epsilon_{\text{reff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2\sqrt{1 + 12h/w}}$$



$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{\text{reff}}}} \ln \left[\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h} \right], & \text{for } \frac{w}{h} \leq 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{\text{reff}} \left[\frac{w}{h} + 1.393 + 0.667 \ln \left(\frac{w}{h} + 1.444 \right) \right]}}, & \text{for } \frac{w}{h} > 1 \end{cases}$$



- Aproximaciones para *microstrip* (dada la impedancia Z_0)

$$\frac{w}{h} = \begin{cases} \frac{8e^A}{e^{2A} - 2}, & \frac{w}{h} < 2 \\ \frac{2}{\pi} \left\{ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left[\ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right] \right\}, & \frac{w}{h} > 2 \end{cases}$$

- *donde*

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right) \qquad B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}}$$



■ Pérdidas

□ Dieléctrico

$$\alpha_d = 8.68 \frac{\beta_0 \epsilon_r (\epsilon_{r\text{eff}} - 1)}{2\sqrt{\epsilon_{r\text{eff}}} (\epsilon_r - 1)} \tan \delta$$

□ Conductor

$$\alpha_c = 8.68 \frac{R}{2Z_0}, \quad R = \frac{1}{\sigma \delta (\text{perimeter})} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \frac{1}{(\text{perimeter})}$$