Tema 2. Análisis modal de guías de ondas. Líneas de Transmisión.

Transmisión por Soporte Físico
Curso 2011-2012

Francisco Javier García Ruiz
Noel Rodríguez Santiago

1. Leyes de Maxwell
2. Análisis modal en ondas guiadas
3. Guías rectangulares
4. Líneas stripline y microstrip

PARTE I

5. Ecuaciones del Telegrafista
6. Líneas de transmisión sin pérdidas
7. Carta de Smith
8. Desadaptación en el generador
9. Líneas de transmisión con pérdidas

PARTE II

- Ecuaciones de Maxwell (tiempo)

$$\nabla \times \overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} - \overrightarrow{M_s}$$

$$\nabla \times \overrightarrow{H} = \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t} + \overrightarrow{J_s}$$

$$\nabla \cdot \overrightarrow{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \overrightarrow{B} = 0$$

- Ecuaciones de Maxwell (frecuencia)

$$\frac{\partial}{\partial t} \longrightarrow j\omega$$

$$\boxed{\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -j\omega\vec{B} - \vec{M} \\ \nabla \times \vec{H} &= j\omega\vec{D} + \vec{J} \\ \nabla \cdot \vec{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned}}$$

- Relaciones constitutivas

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \left(1 + \chi_e\right) \vec{E} = \left(\varepsilon' - j\varepsilon''\right) \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

- Relaciones constitutivas

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\vec{D} + \vec{J}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\left(\varepsilon' - j\varepsilon''\right)\vec{E} + \sigma\vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\left(\varepsilon' - j\varepsilon'' - j\frac{\sigma}{\omega}\right)\vec{E}$$

$$\boxed{\tan\delta = \frac{\omega\varepsilon'' + \sigma}{\omega\varepsilon'}}$$

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''_{eq} = \varepsilon'\left(1 - j\tan\delta\right) = \varepsilon_0\varepsilon_r\left(1 - j\tan\delta\right)$$

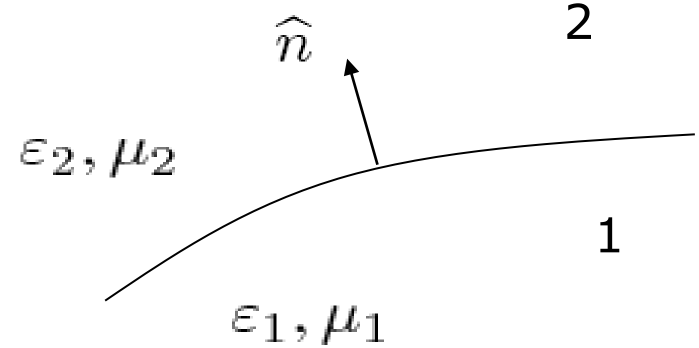
- Condiciones generales de contorno para las interfaces

$$\widehat{n}\cdot\left(\overrightarrow{D_2}-\overrightarrow{D_1}\right)=\rho_s$$

$$\widehat{n}\cdot\overrightarrow{B_1}=\widehat{n}\cdot\overrightarrow{B_2}$$

$$\left(\overrightarrow{D_2}-\overrightarrow{D_1}\right)\times\widehat{n}=\overrightarrow{M_s}$$

$$\widehat{n}\times\left(\overrightarrow{H_2}-\overrightarrow{H_1}\right)=\overrightarrow{J_s}$$



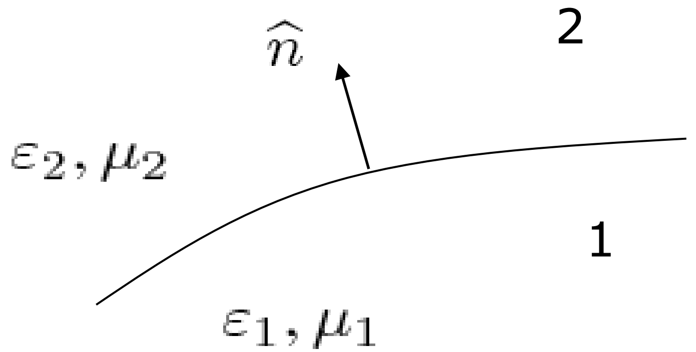
- Condiciones de contorno (interfaz entre dieléctricos)

$$\widehat{n} \cdot \overrightarrow{D_2} = \widehat{n} \cdot \overrightarrow{D_1}$$

$$\widehat{n} \cdot \overrightarrow{B_1} = \widehat{n} \cdot \overrightarrow{B_2}$$

$$\widehat{n} \times \overrightarrow{E_1} = \widehat{n} \times \overrightarrow{E_2}$$

$$\widehat{n} \times \overrightarrow{H_1} = \widehat{n} \times \overrightarrow{H_2}$$



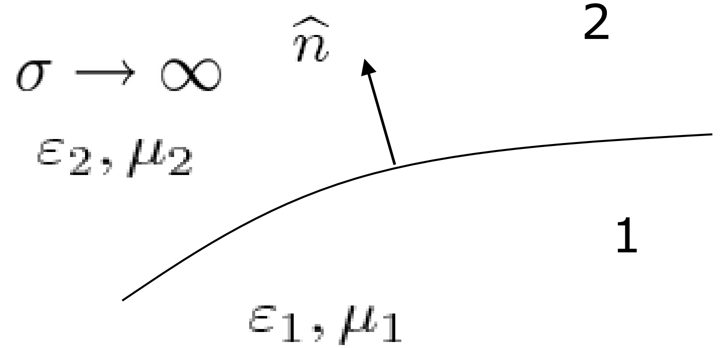
- Condiciones de contorno (interfaz con **conductor perfecto**)

$$\widehat{n} \cdot \overrightarrow{D}_1 = \rho_s$$

$$\widehat{n} \cdot \overrightarrow{B}_1 = 0$$

$$\widehat{n} \times \overrightarrow{E}_1 = 0$$

$$\widehat{n} \times \overrightarrow{H}_1 = \overrightarrow{J}_s$$



- Ecuación de Onda: Ondas Planas

(Medio libre de fuentes, homogéneo, isótropo)

$$\left.\begin{aligned} \nabla \times \overrightarrow{E} &= -j\omega\mu\overrightarrow{H} \\ \nabla \times \overrightarrow{H} &= j\omega\varepsilon\overrightarrow{E} \end{aligned}\right\}$$

$$\nabla \times \vec{A} = \nabla\left(\nabla \cdot \vec{A}\right) - \nabla^2\vec{A}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \nabla^2\overrightarrow{E} + \omega^2\mu\varepsilon\overrightarrow{E} &= 0 \\ \nabla^2\overrightarrow{H} + \omega^2\mu\varepsilon\overrightarrow{H} &= 0 \end{aligned}}$$

Ecuación de Helmholtz

- Ecuación de Onda: Ondas Planas

(Solución asumiendo campo en dirección x)

$$\vec{E} = \hat{x} E_x\left(z\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \gamma^2 E_x = 0 \longleftarrow \gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$\Downarrow$$

$$E_x\left(z\right) = E^{+} e^{-\gamma z} + E^{-} e^{\gamma z}$$

- Ecuación de Onda: Ondas Planas

(Solución asumiendo campo en dirección x)

$$E_x\left(z\right) = E^{+}e^{-\gamma z} + E^{-}e^{\gamma z}$$

Si γ es real, no existe propagación → atenuación
Si γ es imaginario, no existe atenuación → propagación en ± z

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \varepsilon'\left(1 - j\tan\delta\right) = \varepsilon_0\varepsilon_r\left(1 - j\tan\delta\right)$$