Tema 3. Caracterización de Redes de Microondas

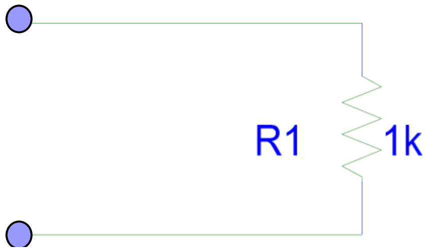
Transmisión por Soporte Físico
Curso 2011-2012

Francisco Javier García Ruiz
Noel Rodríguez Santiago

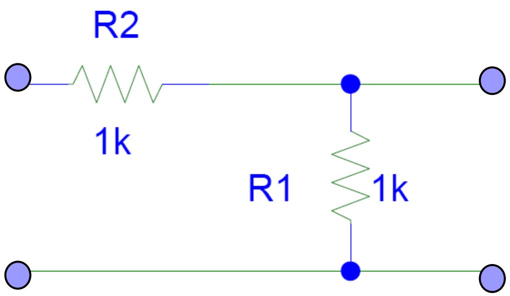
Contenido

PUERTO: Terminal de acceso a un determinado circuito.

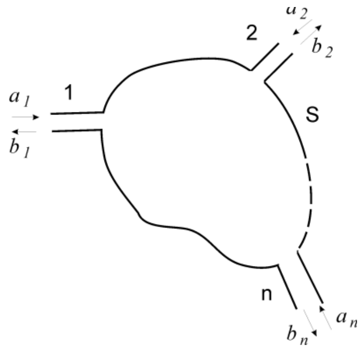
Monopuerto



Bipuerto



Multipuerto



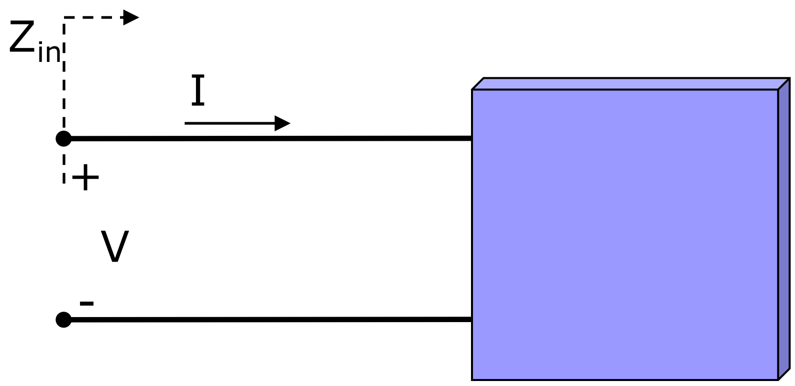
Introducción

- En circuitos de baja frecuencia → Parámetros Z, Y o ABCD
  - Requieren la medida de tensiones y corrientes con condiciones de c.c. y c.a.
- En microondas:
  - c.c. y c.a. de muy baja calidad
  - El uso de c.c. y c.a. puede dar lugar a circuitos inestables (Amplificadores: tema 6).
- Consecuencia → necesidad de nuevas matrices de caracterización de microondas:
  - Relación con el comportamiento físico del circuito.
  - Medida estable, sencilla y precisa.

Contenido

Monopuertos. Ondas de potencia

- Por complejo que sea el monopuerto, a efectos circuitales se puede pensar en él como una impedancia.
- En modos TEM, se pueden definir (y medir) V e I en el puerto del circuito → se aplican los conceptos de líneas de transmisión.
- En modos TE/TM esto no es posible, y se hace necesario definir unos voltajes y corrientes equivalentes.



$$P_{in} = \frac{1}{2} V I^* = P_d + 2 j\omega (W_m - W_e)$$

$$P_{in} = \frac{1}{2} Z_{in} I I^*$$

Monopuertos. Ondas de potencia

Suponemos línea de transmisión

$$V(z) = V^+(z) + V^-(z)$$

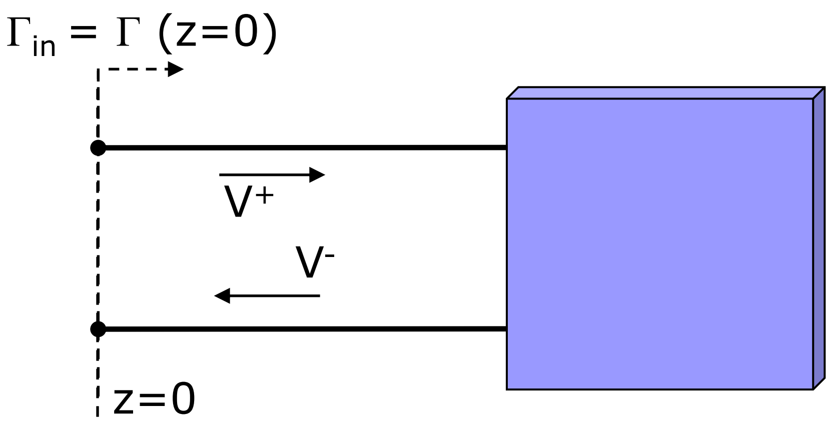
$$I(z) = \frac{V^+(z)}{Z_0} - \frac{V^-(z)}{Z_0}$$

donde:

$$V^+(z) = Ae^{-\gamma z} \qquad V^-(z) = Be^{\gamma z}$$

Se puede definir el coeficiente de reflexión como:

$$\Gamma(z) = \frac{V^-(z)}{V^+(z)}$$



- Este parámetro también define completamente el monopuerto a efectos circuitales.
- Más fácil de medir en microondas (COE)

Monopuertos. Ondas de potencia

Si se normalizan V(z) e I(z) por la raíz de la impedancia característica:

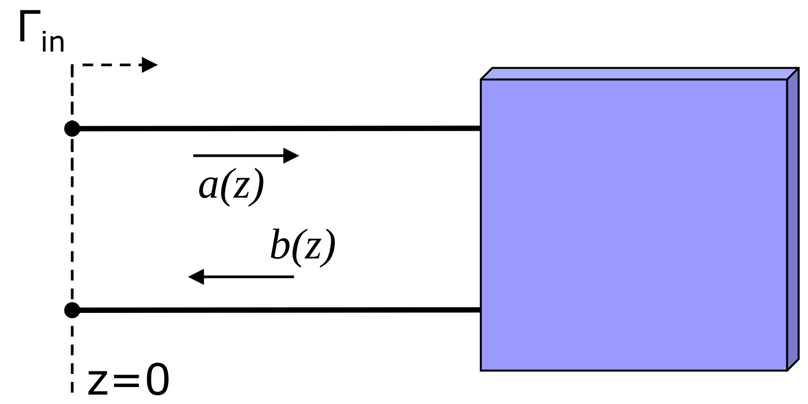
$$v(z) = a(z) + b(z)$$

$$i(z) = a(z) - b(z)$$

Siendo *a(z)* y *b(z)*:

$$a(z) = \frac{V^+(z)}{\sqrt{Z_0}}; \quad b(z) = \frac{V^-(z)}{\sqrt{Z_0}}$$

$$b(z) = \Gamma(z) \cdot a(z)$$

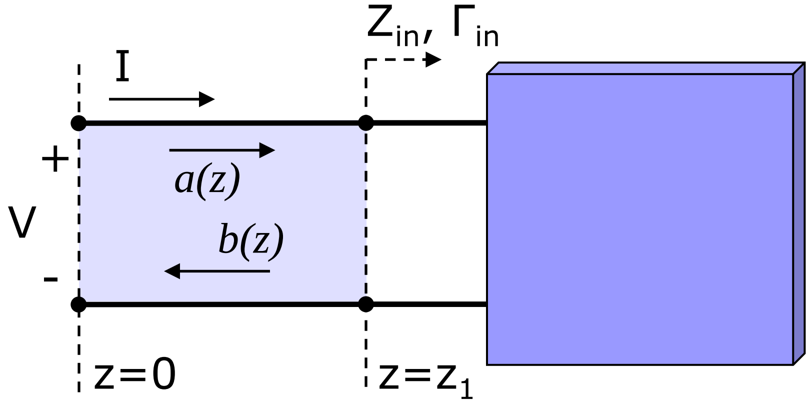


Conclusión: si me las ingenio para medir $a(z=0)$ y $b(z=0)$, obtendré Γ_{in}.

Propiedades de *a(z)* y *b(z)*

$$a(z)=\frac{1}{2\sqrt{Z_0}}\left[V(z)+Z_0 I(z)\right]$$

$$b(z)=\frac{1}{2\sqrt{Z_0}}\left[V(z)-Z_0 I(z)\right]$$



Línea de tx. sin pérdidas

POTENCIA ENTREGADA (P_E):

Como la línea de transmisión no tiene pérdidas, la potencia incidente y reflejada deben ser iguales en z=0 y en $z=z_1$

$$P_E=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[V(z_1)I(z_1)^*\right]=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[V(0)I(0)^*\right]=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[a_1a_1^*-b_1b_1^*+b_1a_1^*-a_1b_1^*\right]$$

$$P_E=\frac{1}{2}\left(\left|a(0)\right|^2-\left|b(0)\right|^2\right)$$

Monopuertos. Ondas de potencia

Potencia media incidente:

$$P^{+}(0)=\frac{1}{2}\frac{\left|V^{+}(0)\right|^{2}}{Z_0} \Rightarrow P^{+}(0)=\frac{1}{2}a(0)a^{*}(0)=\frac{1}{2}\left|a(0)\right|^{2}$$

Potencia reflejada (P_R):

$$P^{-}(0)=\frac{1}{2}\frac{\left|V^{-}(0)\right|^{2}}{Z_0} \Rightarrow P^{-}(0)=\frac{1}{2}b(0)b^{*}(0)=\frac{1}{2}\left|b(0)\right|^{2}$$

→ Ondas de potencia

POTENCIA ENTREGADA (P_E):

$$P_E=P_I-P_R=\frac{1}{2}\left(\left|a(0)\right|^{2}-\left|b(0)\right|^{2}\right)$$

POTENCIA DISPONIBLE (P_D): es la potencia entregada que se obtendría si la línea estuviese adaptada: $P_D = ½ |a(0)|^2$

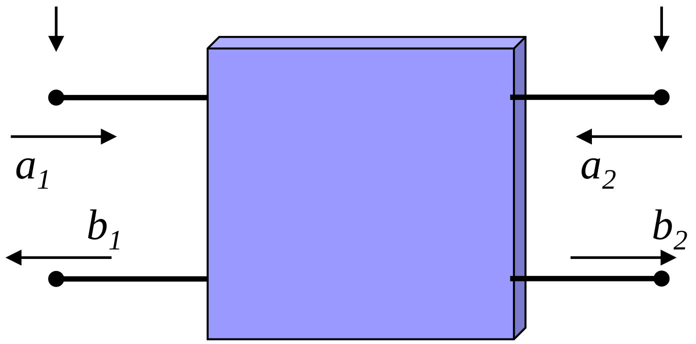
Contenido

1. Introducción
2. Monopuertos. Ondas de potencia.
3. Bipuertos: Matriz de parámetros S.
4. Otras matrices de caracterización: Z, Y, T.
5. Multipuertos
6. Medida de parámetros S: Analizador de redes.

Contenido

Matriz de parámetros S. Definición.

Puerto de entrada (1) *Puerto de salida (2)*



$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$
$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$[S_{ij}]$ → Matriz de parámetros de Scattering

$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0}$$

Coeficiente de reflexión a la entrada con salida adaptada

$$S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0}$$

Coeficiente de transmisión (*backward*) con salida adaptada

$$S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}$$

Coeficiente de transmisión (*forward*) con entrada adaptada

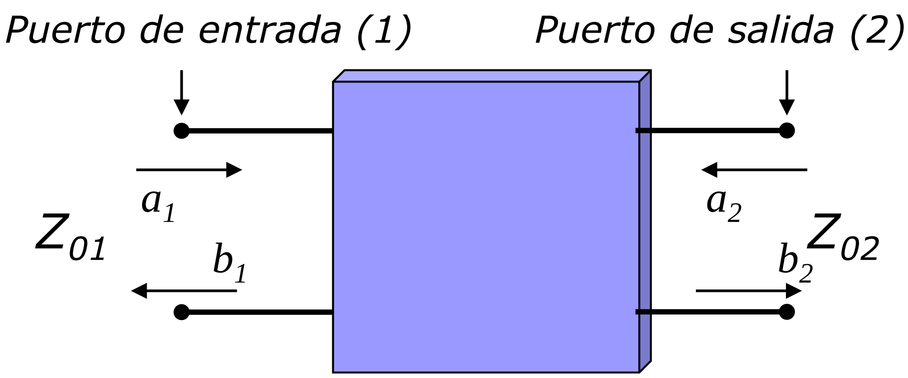
$$S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0}$$

Coeficiente de reflexión a la salida con entrada adaptada

Matriz de parámetros S. Definición.

La impedancia de normalización de a_n y b_n puede ser distinta en cada puerto *n* (Z_{0n}).

$$a_n(z) = \frac{V^+(z)}{\sqrt{Z_{0n}}}; \quad b_n(z) = \frac{V^-(z)}{\sqrt{Z_{0n}}}$$



Cálculo de las potencias incidentes y reflejadas en cada puerto:

$$\left.\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2\sqrt{Z_{0n}}}\left[V_n + Z_{0n} I_n\right] \\ b_n &= \frac{1}{2\sqrt{Z_{0n}}}\left[V_n - Z_{0n} I_n\right] \end{aligned}\right\}$$

$$P_{En} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[a_n a_n^* - b_n b_n^* + b_n a_n^* - a_n b_n^*\right]$$

$$P_{En} = \frac{1}{2}\left(\left|a_n\right|^2 - \left|b_n\right|^2\right)$$

Matriz de parámetros S. Propiedades.

1. Redes pasivas lineales

Se va a comprobar que una red pasiva lineal tiene una matriz [S] simétrica. A estas redes se las llama también redes recíprocas.

$$v_n = a_n + b_n$$

$$i_n = a_n - b_n$$

$$\Rightarrow \boxed{a_n = \frac{1}{2}\left(v_n + i_n\right) \qquad b_n = \frac{1}{2}\left(v_n - i_n\right)}$$

$$[A] = \frac{1}{2}\left([Z]+[U]\right)[I] \qquad [B] = \frac{1}{2}\left([Z]-[U]\right)[I]$$

$$\left([Z]+[U]\right)^{-1}[A] = \frac{1}{2}[I] \Rightarrow [B] = \left([Z]-[U]\right)\left([Z]+[U]\right)^{-1}[A]$$

$$\boxed{[S] = \left([Z]-[U]\right)\left([Z]+[U]\right)^{-1}}$$

Relación genérica entre [S] y [Z]

Matriz de parámetros S. Propiedades.

1. Redes pasivas lineales

Se va a comprobar que una red pasiva lineal tiene una matriz [S] simétrica. A estas redes se las llama también redes recíprocas.

$$\boxed{[S]=\left([Z]-[U]\right)\left([Z]+[U]\right)^{-1}}$$

$$[S]^t=\left\{\left([Z]+[U]\right)^{-1}\right\}^t\left\{\left([Z]-[U]\right)\right\}^t$$

Si la red es pasiva lineal, [Z] es simétrica (demostrable por teorema de reciprocidad EM) $\longrightarrow$

$$[S]^t=\left([Z]+[U]\right)^{-1}\left([Z]-[U]\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{[S]=[S]^t}$$

2. Redes sin pérdidas

Se va a comprobar que en una red sin pérdidas la matriz [S] es unitaria.

$$P_{En} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[V_n I_n^{\,*}\right] \longrightarrow P_{ET} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{[V]^t[I]^*\right\} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{[v]^t[i]^*\right\} = 0$$

En una red sin pérdidas, la suma de las potencias entregadas a los puertos debe ser nula.

$$P_{ET} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{([A]^t + [B]^t)([A]^* - [B]^*)\right\}$$

$$P_{ET} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{[A]^t[A]^* - [B]^t[B]^* + \left([B]^t[A]^* - [A]^t[B]^*\right)\right\} = \frac{1}{2}\left([A]^t[A]^* - [B]^t[B]^*\right)$$

$$\Downarrow$$

$$[A]^t[A]^* = [B]^t[B]^* \longrightarrow \underbrace{[A]^t[A]^* = \left([S][A]\right)^t \left([S][A]\right)^* = [A]^t[S]^t[S]^*[A]^*}_{[S]^t[S]^* = [U] \rightarrow \boxed{[S]^* = \left([S]^t\right)^{-1}}}$$

Matriz de parámetros S. Propiedades.

2. Redes sin pérdidas

$$\boxed{[S]^* = \left([S]^t\right)^{-1}}$$

$$\sum_{k=1}^{N} S_{ki} S_{kj}^* = \delta_{ij}, \forall i, j$$

$$\delta_{ij} = 1, i = j; \delta_{ij} = 0, i \neq j \text{ (Kronecker Delta)}$$

¿cuál es el uso práctico de esta condición?

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} i\ j & \end{array} \\ k & \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\sum_{k=1}^{N} S_{ki} S_{kj}^* = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$$

La suma del módulo al cuadrado de los elementos de cualquier columna de la matriz [S] es 1.

Matriz de parámetros S. Propiedades.

2. Redes sin pérdidas

$$\boxed{[S]^* = \left([S]^t\right)^{-1}}$$

$$\sum_{k=1}^{N} S_{ki} S_{kj}^* = \delta_{ij}, \forall i, j$$

$$\delta_{ij} = 1, i = j; \delta_{ij} = 0, i \neq j \text{ (Kronecker Delta)}$$

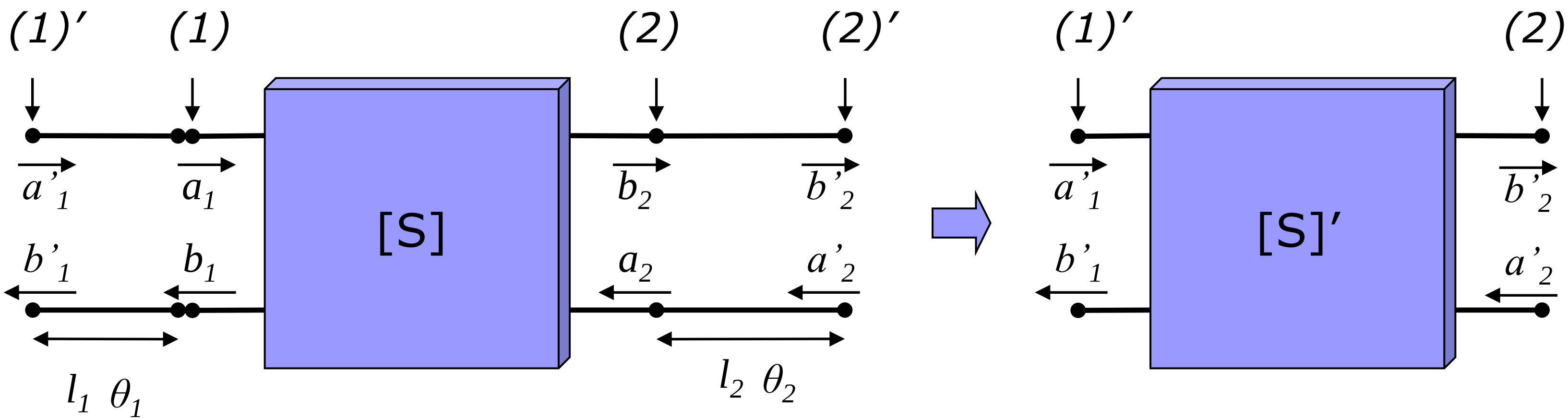
¿cuál es el uso práctico de esta condición?

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} i & \quad j \end{array} \\ k & \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\sum_{k=1}^{N} S_{ki} S_{kj}^* = S_{11} S_{12}^* + S_{21} S_{22}^* = 0$$

Matriz de parámetros S. Propiedades.

3. Cambio de planos de referencia



$$V_n'^{+} = V_n^{+} e^{j\theta_n} \qquad a_n'^{+} = a_n^{+} e^{j\theta_n}$$
$$\rightarrow$$
$$V_n'^{-} = V_n^{-} e^{-j\theta_n} \qquad b_n'^{-} = b_n^{-} e^{-j\theta_n}$$

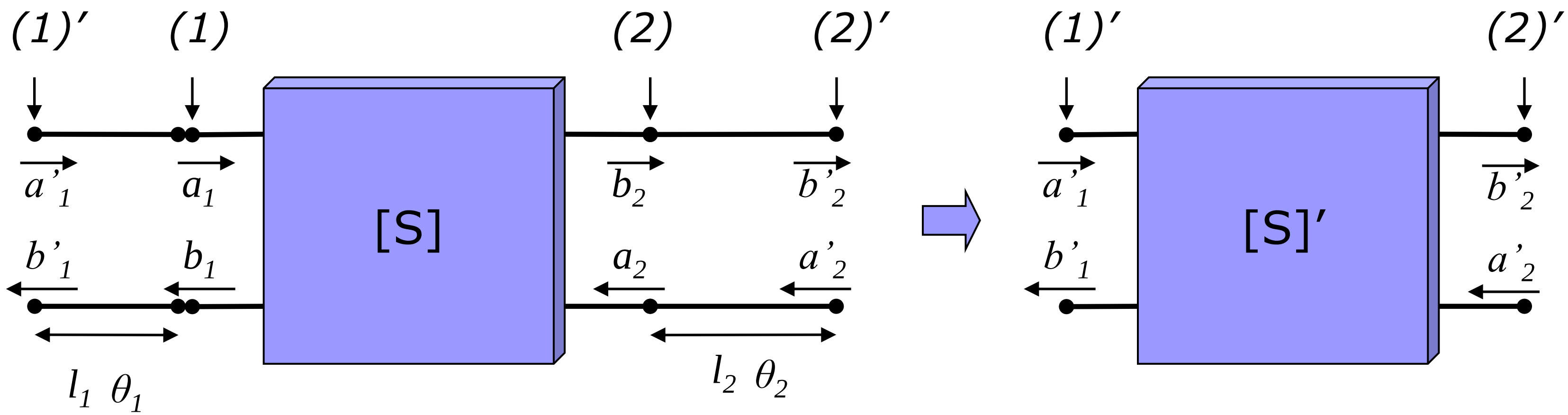
$$\begin{bmatrix} e^{j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{j\theta_2} \end{bmatrix} [B]' = [S] \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} [A]'$$

$$[B]' = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} [S] \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} [A]'$$

$$[S]' = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} [S] \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix}$$

Matriz de parámetros S. Propiedades.

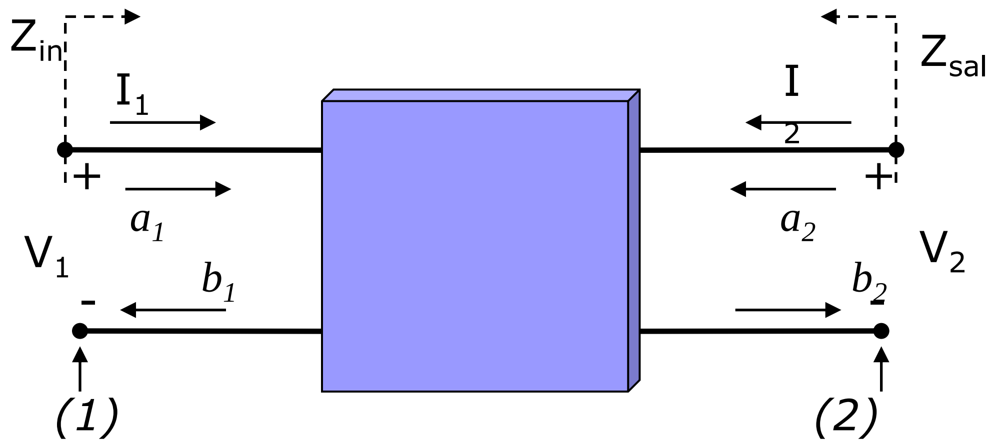
3. Cambio de planos de referencia



$$[S]' = \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} [S] \begin{bmatrix} e^{-j\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \Rightarrow \boxed{[S]' = \begin{bmatrix} S_{11}e^{-j2\theta_1} & S_{12}e^{-j(\theta_1+\theta_2)} \\ S_{21}e^{-j(\theta_1+\theta_2)} & S_{22}e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix}}$$

Contenido

Otras matrices de caracterización

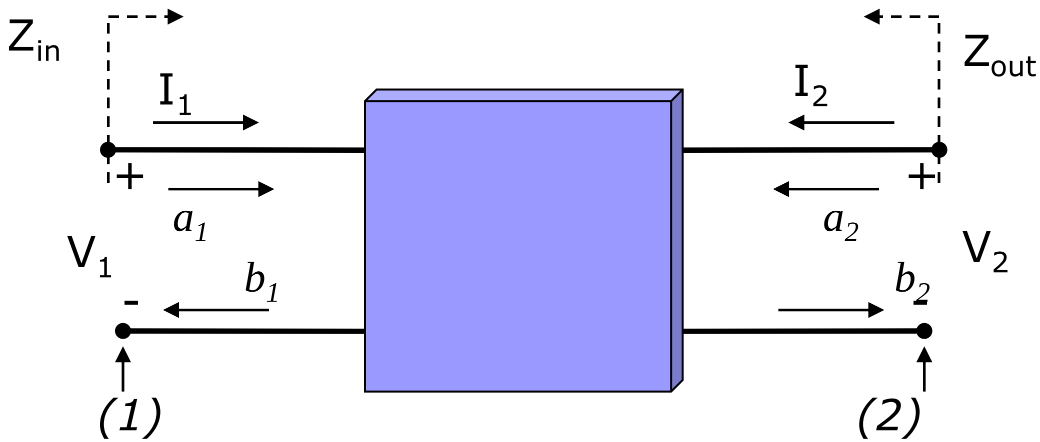


Ya se comentó que existen otras matrices de caracterización (Z, Y, ABCD, H), y se demostró una relación genérica entre Z y S.

$$\boxed{[S] = \left([Z] - [U]\right)\left([Z] + [U]\right)^{-1}}$$

Relaciones similares se pueden obtener para el resto de las caracterizaciones. En muchos casos, estas relaciones están ya tabuladas para los casos más usados [Gonzalez, Pozar].

Otras matrices de caracterización

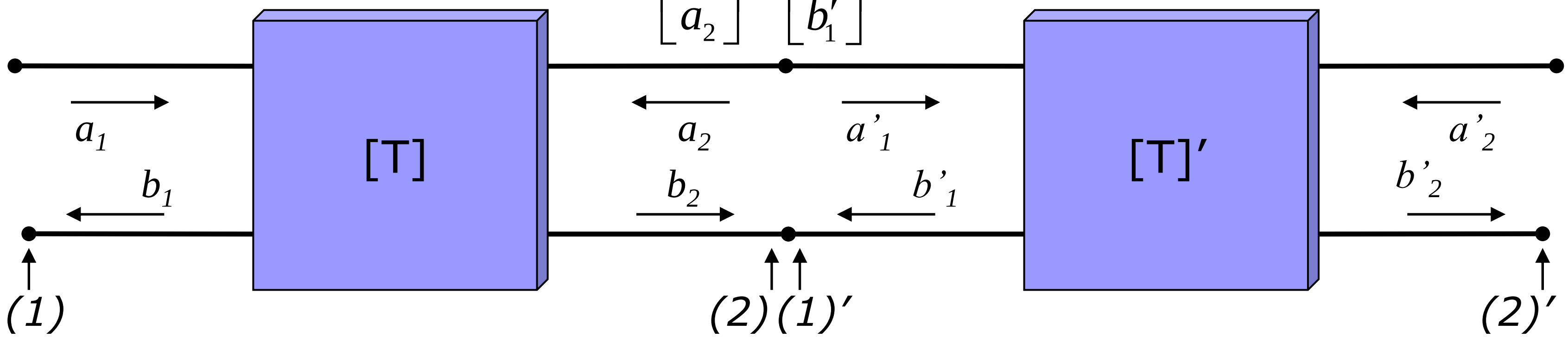


Del resto de las matrices de caracterización, una es de especial utilidad en microondas: la matriz [T] (*Scattering Transfer Parameters*).

$$a_1 = T_{11} b_2 + T_{12} a_2$$
$$b_1 = T_{21} b_2 + T_{22} a_2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

Otras matrices de caracterización



$$\begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_1 \\ b'_1 \end{bmatrix}$$

[T] es muy útil para conexiones en cascada de bipuertos:

$$\left.\begin{aligned} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a'_1 \\ b'_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b'_2 \\ a'_2 \end{bmatrix} \end{aligned}\right\}$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b'_2 \\ a'_2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{[T]_{CASCADA} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix}}$$

Otras matrices de caracterización

Conversión entre parámetros [S] y parámetros [T]:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{S_{21}} & -\dfrac{S_{22}}{S_{21}} \\ \dfrac{S_{11}}{S_{21}} & S_{12} - \dfrac{S_{11}S_{22}}{S_{21}} \end{bmatrix}$$

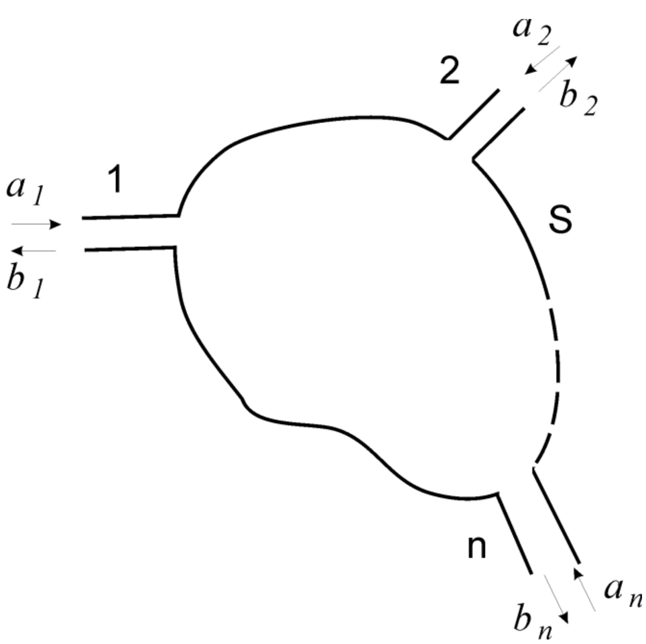
$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{T_{21}}{T_{11}} & T_{22} - \dfrac{T_{21}T_{12}}{T_{11}} \\ \dfrac{1}{T_{11}} & -\dfrac{T_{12}}{T_{11}} \end{bmatrix}$$

Contenido

1. Introducción
2. Monopuertos. Ondas de potencia.
3. Bipuertos: Matriz de parámetros S.
4. Otras matrices de caracterización: Z, Y, T.
5. Multipuertos
6. Medida de parámetros S: Analizador de redes.

Multipuertos

Un multipuerto es un circuito con varios puntos de acceso (puertos)



La definición de la matriz de parámetros S se hace exactamente igual que en el caso del bipuerto:

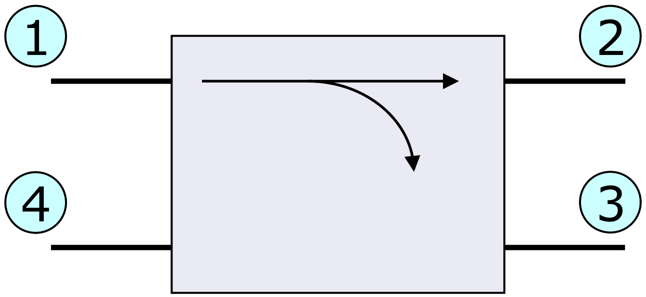
$$S_{ij} = \left.\frac{b_i}{a_j}\right|_{a_k=0, k\neq j}$$

Todas las propiedades estudiadas se mantienen: cálculos de potencia, cambio de impedancias de referencia, circuitos recíprocos y circuitos sin pérdida. El cambio de plano de referencia también se mantiene, aunque habría que generalizarlo a múltiples puertos.

$$S'_{ij} = S'_{ij} e^{-j(\theta_i + \theta_j)}$$

Multipuertos

Ejemplo de multipuerto: Acoplador híbrido



1. Todos los puertos están adaptados si los demás puertos están correctamente terminados.
2. Suponiendo que la entrada está en el puerto (1), sólo se obtiene una salida en los puertos (2) y (3), mientras que el puerto (4) tiene salida nula (S_{41}=0)
3. La matriz es simétrica → [S]=[S]^t → Red recíproca o pasiva lineal.
4. La matriz es unitaria → la red no tiene pérdidas.

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & j & 0 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 0 & j & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Columna 1. $$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 + |S_{41}|^2 = \frac{1}{2}\left(|S_{21}|^2 + |S_{31}|^2\right) = 1$$

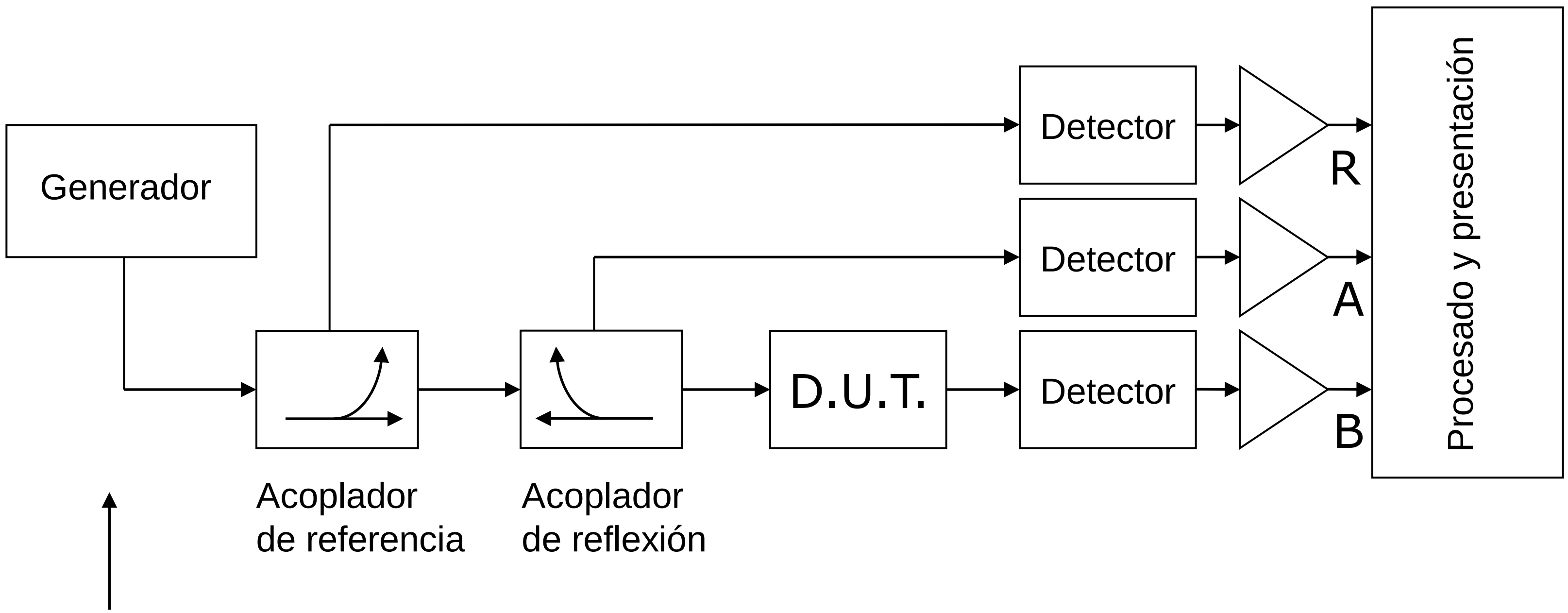
Columnas 1 y 4. $$S_{11}S_{14} + S_{21}S_{24} + S_{31}S_{34} + S_{41}S_{44} = \frac{1}{2}\left(-j + j\right) = 0$$

Contenido

1. Introducción
2. Monopuertos. Ondas de potencia.
3. Bipuertos: Matriz de parámetros S.
4. Otras matrices de caracterización: Z, Y, T.
5. Multipuertos
6. Medida de parámetros S: Analizador de redes.

Medida de parámetros S: Analizador de redes

Analizador de redes escalar

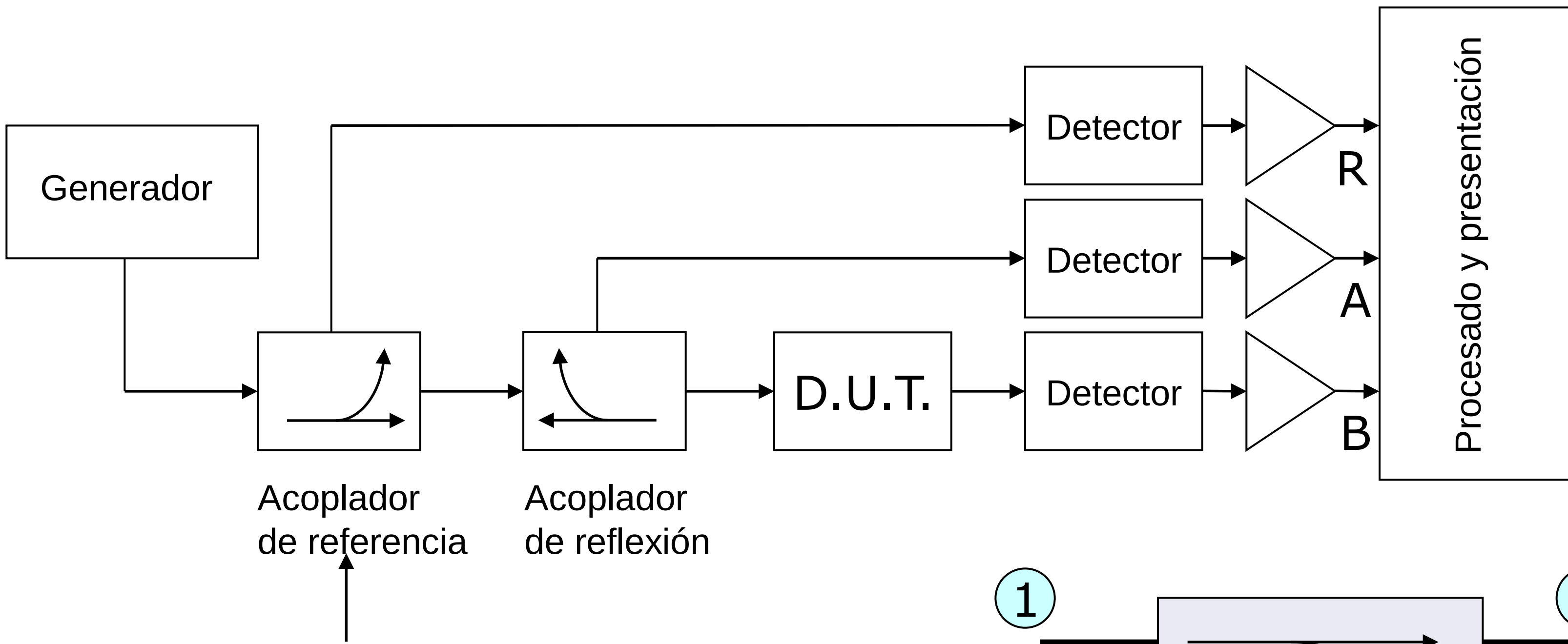


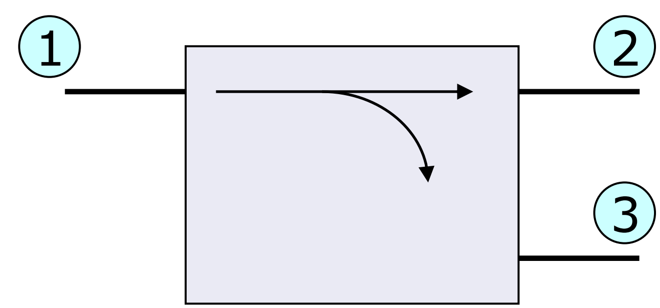
El generador es una fuente de microondas de frecuencia variable, que se usa para hacer el barrido de frecuencias deseado.

El precio del Analizador de Redes estará directamente relacionado con el ancho de banda de dicho generador, ya que es un elemento crítico.

Medida de parámetros S: Analizador de redes

Analizador de redes escalar

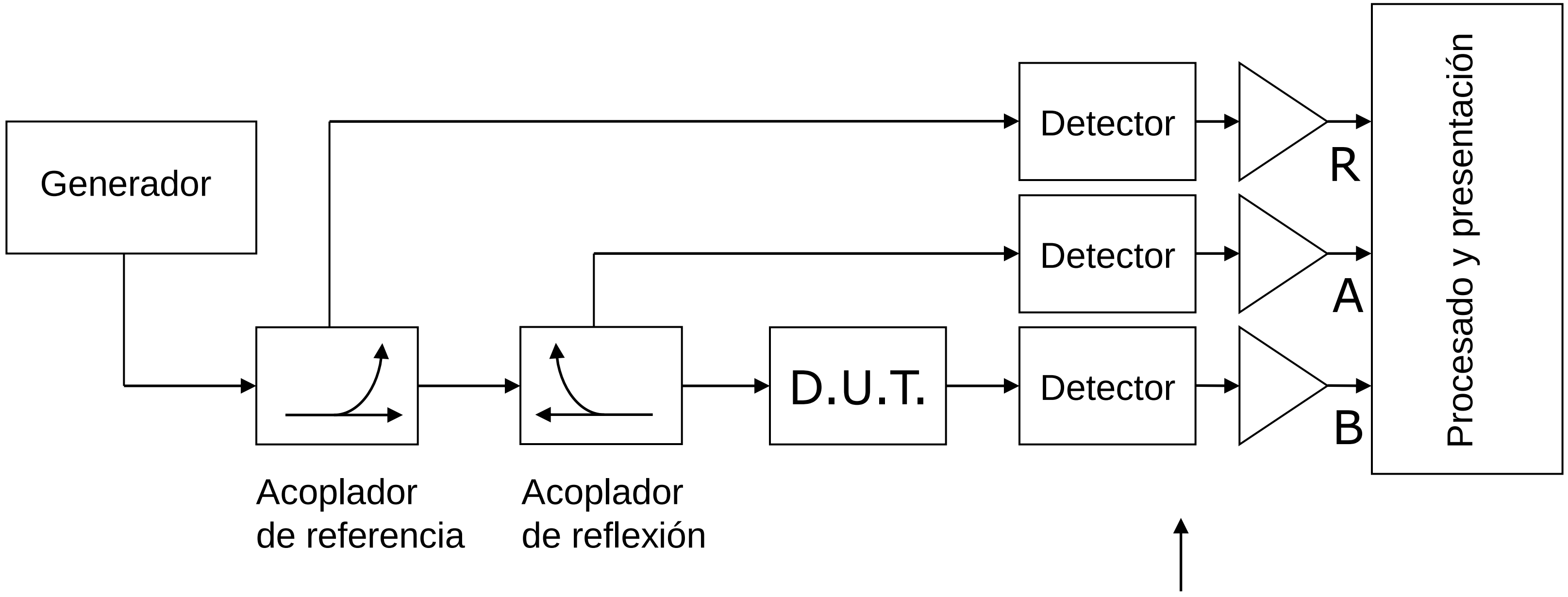




Los acopladores direccionales son dispositivos de 3 puertos con $S_{ii} = 0$, $S_{21} = S_{12} = \alpha$ y $S_{31} = \beta$, con $\beta << \alpha$, de forma que en (3) se tiene una pequeña muestra del valor de la onda incidente en (1).

Medida de parámetros S: Analizador de redes

<u>Analizador de redes escalar</u>

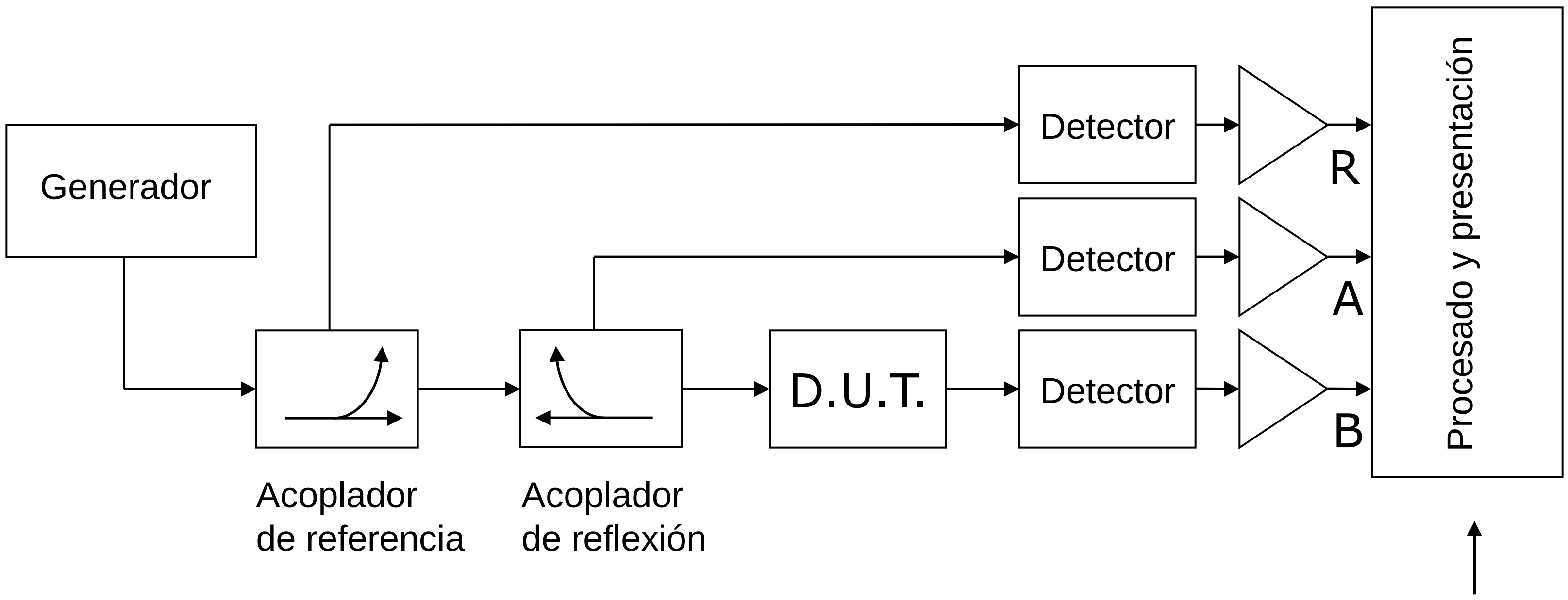


En la última parte HW del analizador, se detectan y amplifican las muestras tomadas de la onda incidente (R), reflejada (A) y transmitida (B).

- A/R proporcional a $|S_{11}|$
- B/R proporcional a $|S_{21}|$

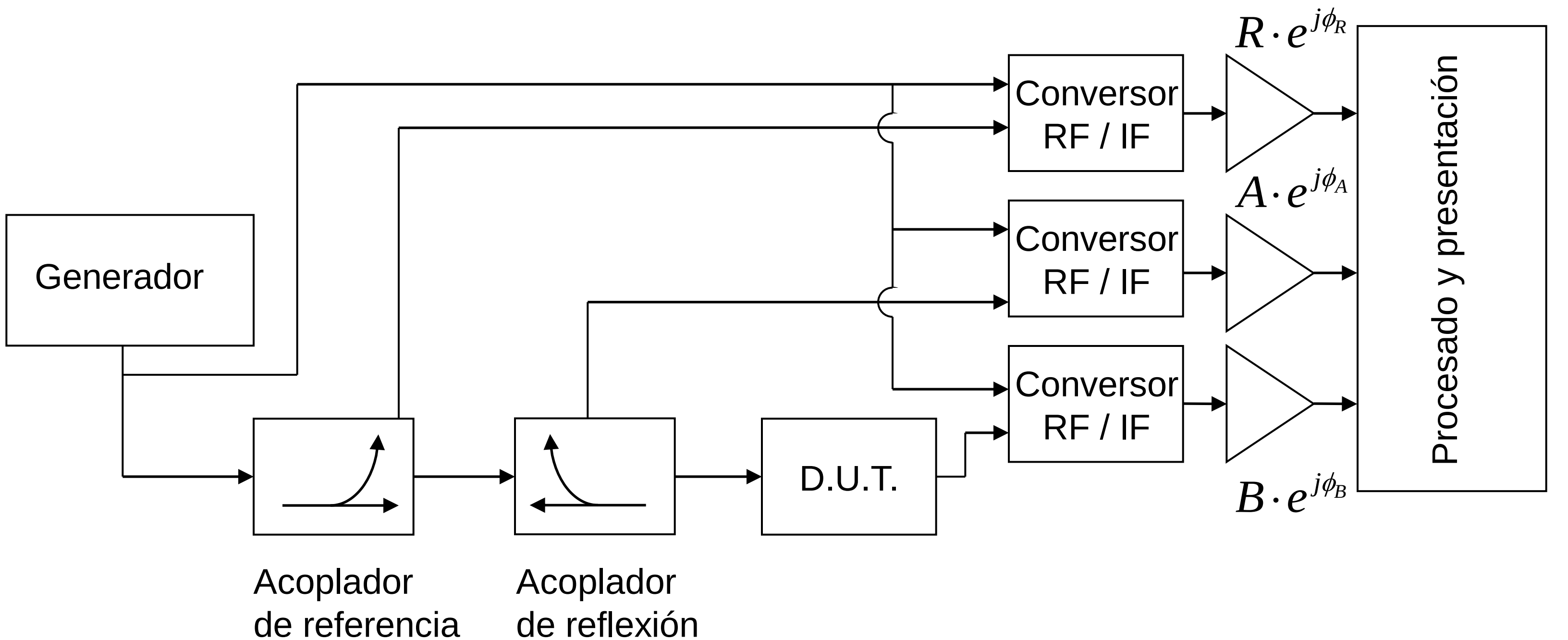
Medida de parámetros S: Analizador de redes

Analizador de redes escalar



Por último, en la parte de procesado y presentación de resultados se determinan $|S_{11}|$ y $|S_{21}|$ haciendo uso del calibrado. El proceso de calibrado se hace previamente a la medida y supone la determinación de la constante de proporcionalidad entre los valores medidos y ($|S_{11}|$, $|S_{21}|$).

Analizador de redes vectorial



En el caso de un analizador de redes vectorial, se realiza un cambio previo a IF para poder medir el módulo y la fase de las señales A, B y R.